



# تطبيق مفهوم المجموعات الفازية ثنائية القطب على بنية جبرية

إعداد

مها عبدالله محييد الغامدي

الرسالة مقدمة لنيل درجة الدكتوراه في العلوم (رياضيات/جبر)

المشرف

أ.د. نورة عمير الشهري

قسم الرياضيات, كلية العلوم

جامعة الملك عبد العزيز- جدة

المملكة العربية السعودية

٢٠١٧ / ١٤٣٨ هـ

# مستخلص

الهدف من هذه الأطروحة هو دراسة المجموعات الفازية ثنائية القطب والتحقيق في خصائصها بالاعتماد على موديولات على جبر-BCK.

جبر-BCK و المثاليات على جبر-BCK والموديولات على جبر-BCK هي مفاهيم أساسية تم استعراضها في الباب الأول من هذه الأطروحة بالإضافة إلى مفهومي المجموعات الفازية والمجموعات الفازية ثنائية القطب. في الباب الثاني قدمنا مفهوم الموديولات الجزئية الفازية ثنائية القطب على جبر-BCK وتم إعطاء بعض الخصائص المميزة لها. كما تم التحقيق في مفهوم الصورة الهومومورفيزمية والصورة العكسية للموديولات الجزئية الفازية ثنائية القطب على جبر-BCK. بالإضافة إلى ذلك، تمت مناقشة الموديولات الجزئية الفازية ثنائية القطب على جبر-BCK الاعتيادية والاعتيادية تماماً. في الباب الثالث تم تقديم ومناقشة الانسحاب والضرب والتوسعة للموديولات الجزئية الفازية ثنائية القطب على جبر-BCK وإيضاح العلاقة بين هذه المفاهيم. في الباب الرابع قمنا بإستحداث طريقة TOPSIS ثنائية القطب وطريقة ELECTRE I ثنائية القطب لحل مسائل صناعة القرار متعددة المعايير والمجهزة ببيانات فازية ثنائية القطب. علاوة على ذلك، قمنا بتطبيق مثال عددي لكلا الطريقتين.

وقد نتج عن هذه الأطروحة ثلاثة أوراق علمية هي:

- ١- "Novel concepts of bipolar fuzzy BCK-submodules"، إعداد: مها الغامدي، نجة مثنى ونورة الشهري، تم نشرها في مجلة Discrete Dynamics in Nature and Society لعام ٢٠١٧ .
- ٢- "Bipolar fuzzy sets of BCK-modules"، إعداد: مها الغامدي، نورة الشهري ونجة مثنى، تم قبولها للنشر في مجلة Journal of Computational Analysis and application لعام ٢٠١٧.
- ٣- "Some multi-criteria decision making methods based on bipolar-valued fuzzy sets" إعداد: مها الغامدي ونورة الشهري، مقدمة للنشر.



# **Bipolar Fuzzy Sets Based on Algebraic Structure**

**Submitted by**

**MAHA ABDULLAH ALGHAMDI**

**Supervised by**

**Prof. Noura O. Alshehri**

**Dissertation Submitted in Partial Fulfilment of the  
Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Mathematics**

**Faculty of Science**

**King Abdulaziz University**

**Jeddah, Saudi Arabia**

**1438 A.H. - 2017 A.D**

## Abstract

The subject of this dissertation depends on the study of the properties of bipolar fuzzy sets based on BCK-modules.

BCK-algebras, ideals of BCK-algebras, BCK-modules, fuzzy sets and bipolar fuzzy sets based on BCK-algebras and ideals of BCK-algebras are basic concepts included in the first chapter of the dissertation. In Chapter two, the notion of bipolar fuzzy BCK-submodules is introduced, and some characterizations of bipolar fuzzy BCK-submodule are given. The concept of homomorphic images and preimages of bipolar fuzzy BCK-submodules are investigated. Normality and completely normality of bipolar fuzzy BCK-submodules are discussed. In Chapter three, translations and multiplications of bipolar fuzzy BCK-submodules are discussed, extensions of bipolar fuzzy BCK-submodules are introduced and relations between translations and multiplications of bipolar fuzzy BCK-submodules are presented. In Chapter four, we develop bipolar fuzzy TOPSIS method and bipolar fuzzy ELECTRE I method for solving MCDM problems that are equipped with bipolar-valued fuzzy information. Moreover, we apply a numerical example for both methods.

The outcomes of this dissertation are the following papers:

- 1- Maha Alghamdi, Najat Muthana and Noura Alshehri, "Novel concepts of bipolar fuzzy BCK-submodules", *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2017, 7 pages.
- 2- Maha Alghamdi, Noura Alshehri and Najat Muthana, "Bipolar fuzzy sets of BCK-modules", accepted for publication in *Journal of Computational Analysis and application*.
- 3- Maha Alghamdi and Noura Alshehri, "Some multi-criteria decision making methods based on bipolar-valued fuzzy sets", submitted.